

# DESAIN PENGONTROL MULTI INPUT MULTI OUTPUT LINEAR QUADRATIK PADA KOLOM DISTILASI

**Lucy Panjaitan / 0522113**

Jurusan Teknik Elektro, Fakultas Teknik

Universitas Kristen Maranatha

Jl. Prof. Drg. Suria Sumantri 65, Bandung 40164, Indonesia

E-mail : [lucy\\_zp@yahoo.com](mailto:lucy_zp@yahoo.com)

## ABSTRAK

Distilasi merupakan proses yang terdapat pada industri kimia maupun kilang minyak bumi. Proses ini bertujuan mendapatkan kadar kemurnian tertentu dari cairan. Proses distilasi membutuhkan energi yang cukup besar yang berdampak pada besarnya biaya yang dikeluarkan industri. Salah satu cara untuk menekan biaya produksi adalah dengan menggunakan suatu metode kontrol yang mengoptimalkan energi pada proses distilasi.

*Linear Quadratic Regulator* (LQR) menjadi metode kontrol yang digunakan dalam Tugas Akhir ini. Metode ini memiliki keuntungan dalam kemudahan desain kontrol bagi sistem *multivariable*. Langkah desain pengontrol LQR terdiri dari pemodelan kolom distilasi, cek keterkontrolan dan keteramatan sistem, menentukan matriks **Q** dan **R** sebagai matriks pembobot dan akhirnya menghitung matriks **K** yang berfungsi sebagai *regulating* dan **N** berfungsi sebagai *tracking output*. Selain itu digunakan PID sebagai pembanding optimasi energi terhadap LQR.

Berdasarkan hasil simulasi, LQR terbukti lebih optimal menggunakan energi dan lebih cepat mencapai keadaan *steady* daripada PID. Pada LQR waktu rata-rata mencapai kondisi *steady* (produk bawah)  $x_1$  dan (produk atas)  $x_3$  masing-masing 4.3 dan 5.67 menit, dengan *error steady state* rata-rata  $x_1$  dan  $x_3$  masing-masing 0.073% dan 0%, baik  $x_1$  maupun  $x_3$  tidak terdapat *maximum overshoot*. Sementara pada PID, waktu rata-rata mencapai kondisi *steady*  $x_1$  dan  $x_3$  masing-masing 30 dan 35 menit, dengan *error steady state* rata-rata  $x_1$  dan  $x_3$  masing-masing 0% dan  $3.3 \times 10^{-3}\%$ . Sistem PID terdapat *overshoot* dengan rata-rata *maximum overshoot*  $x_1$  dan  $x_3$  masing-masing 0.66% dan 1.49%. Dalam penggunaan energi, LQR lebih optimal dengan rata-rata 30.53% terhadap PID.

Kata kunci : kolom distilasi, LQR, PID, MIMO

# A DESIGN OF MULTI-INPUT MULTI-OUTPUT LINEAR QUADRATIC REGULATOR OF DISTILLATION COLUMN

**Lucy Panjaitan / 0522113**

Department of Electrical Engineering, Faculty of Technique

Maranatha Christian University

Jl. Prof. Drg. Suria Sumantri 65, Bandung 40164, Indonesia

E-mail : [lucy\\_zp@yahoo.com](mailto:lucy_zp@yahoo.com)

## ABSTRACT

Distillation is one of the important processes in the refinery and chemical industries. It aims to obtain a certain level of liquid purity. The distillation process requires a large amount of energy which affects the production costs. One of the way to suppress the production cost is by employed a control method that will optimize the energy usage in the distillation process.

Linear Quadratic Regulator (LQR) is used in this Final Project. It has advantage in the simplicity of control design which treats multivariable systems similar to single-variable systems. The controller design step consists of: modeling a distillation column, checking the controllability and observability system, choosing **Q** and **R** matrices as weighting matrices, and finally calculating the **K** and **N** matrices for regulating and tracking, respectively. In addition, PID is used as comparison method to LQR in the uses of energy level for the same processes.

The simulation results shows that compared to PID, LQR is more optimal in the energy usage, and give faster transient response. The average time of the system with LQR to reach the steady state are 4.3 and 5.57 minutes for (bottom product)  $x_1$  and (top product)  $x_3$ , respectively, and the average of steady state error are 0.073% and 0% for  $x_1$  and  $x_3$ , respectively, and both  $x_1$  and  $x_3$  show no overshoot. While for the system with PID, the average time to reach the steady state of  $x_1$  and  $x_3$  are 30 minutes and 35 minutes, respectively with the average steady state error of  $x_1$  and  $x_3$ , are 0% and  $3.3 \times 10^{-3}\%$ , respectively. The system with PID show overshoot with the average maximum overshoot of  $x_1$  and  $x_3$  are 1.49% and 0.66%, respectively. Compared to PID, in average LQR show more energy usage optimal up to 30.53%.

Keyword : distillation column, LQR, PID, MIMO

## DAFTAR ISI

### LEMBAR PENGESAHAN

### SURAT PERNYATAAN

<b>ABSTRAK</b> .....	i
<b>ABSTRACT</b> .....	ii
<b>KATA PENGANTAR</b> .....	iii
<b>DAFTAR ISI</b> .....	v
<b>DAFTAR TABEL</b> .....	viii
<b>DAFTAR GAMBAR</b> .....	ix

<b>BAB I PENDAHULUAN</b> .....	1
I.1 Latar Belakang.....	1
I.2 Identifikasi Masalah.....	2
I.3 Tujuan.....	3
I.4 Pembatasan Masalah.....	3
I.5 Sistematika Penelitian.....	3

<b>BAB II DASAR TEORI KOLOM DISTILASI</b> .....	5
II.1 Tinjauan Umum.....	5
II.2 Macam-Macam Distilasi.....	6
II.2.1 Distilasi Berdasarkan Proses Masuknya Umpan.....	6
II.2.2 Distilasi Berdasarkan Basis Tekanan Operasinya.....	6
II.2.3 Distilasi Berdasarkan Komponen Penyusunnya.....	7
II.2.4 Distilasi Berdasarkan Sistem Operasinya.....	7
II.3 Bagian-Bagian Kolom Distilasi.....	7
II.4 Prinsip Umum Kolom Distilasi.....	9
II.5 Diagram Titik Didih pada Distilasi Biner.....	11
II.6 Diagram Keseimbangan Uap-Cair.....	12

II.7	Persamaan Matematis Kolom Distilasi.....	13
<b>BAB III DASAR TEORI SISTEM KONTROL.....</b>		<b>17</b>
III.1	Konfigurasi Sistem Kontrol.....	18
	III.1.1 Sistem Kontrol <i>Loop</i> Tertutup.....	18
	III.1.2 Sistem Kontrol <i>Loop</i> Terbuka.....	18
III.2	Keterkontrolan ( <i>Controllability</i> ).....	19
III.3	Keteramatan ( <i>Observability</i> ).....	21
III.4	Konsep Sistem Kontrol Optimal dengan Metode LQR.....	22
III.5	Sistem Kontrol PID.....	27
	III.5.1 Aksi Kontrol Proporsional.....	27
	III.5.2 Aksi Kontrol Integral.....	27
	III.5.3 Aksi Kontrol Derivative.....	28
	III.5.4 Aksi Kontrol Proporsional+Integral (PI).....	29
	III.5.5 Aksi Kontrol Proporsional+Derivative (PD).....	30
	III.5.6 Aksi Kontrol Proporsional+Integral+Derivative (PID).....	31
III.6	<i>Relative Gain Array</i> (RGA).....	32
<b>BAB IV DESAIN PENGONTROL KOLOM DISTILASI.....</b>		<b>35</b>
IV.1	Pemodelan Kolom Distilasi.....	35
IV.2	Desain LQR.....	39
IV.3	Desain Pengontrol PID untuk Proses Multi Input Multi Output (MIMO).....	40
<b>BAB V SIMULASI DAN ANALISA DATA.....</b>		<b>44</b>
V.1	Simulasi LQR.....	44
	V.1.1 Simulasi LQR untuk Komposisi $x_1$ 5% dan $x_3$ 95%.....	46
	V.1.2 Simulasi LQR untuk Komposisi $x_1$ 15% dan $x_3$ 85%.....	55
	V.1.3 Simulasi LQR untuk Komposisi $x_1$ 25% dan $x_3$ 75%.....	63
V.2	<i>Tuning</i> Pengontrol PID.....	72

V.2.1 Simulasi Pengontrol PID untuk Komposisi $x_1$ 5%, $x_3$ 95%.....	83
V.2.2 Simulasi Pengontrol PID untuk Komposisi $x_1$ 15%, $x_3$ 85%.....	87
V.2.3 Simulasi Pengontrol PID untuk Komposisi $x_1$ 25%, $x_3$ 75%.....	92
<b>BAB VI KESIMPULAN DAN SARAN.....</b>	<b>100</b>
VI.1 Kesimpulan.....	100
VI.2 Saran.....	101
<b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>	<b>102</b>
<b>LAMPIRAN A</b>	

## DAFTAR TABEL

Tabel IV.1	Komposisi Kolom Distilasi pada Keadaan <i>Steady</i> .....	36
Tabel V.1	Tabel Nilai Matriks <b>K</b> dan <b>N</b> pada Harga <b>Q</b> dan <b>R</b> yang Berbeda.....	45
Tabel V.2	Tabel Komposisi Produk Bawah dan Komposisi Produk Atas dalam Simulasi.....	45
Tabel V.3	Tabel Respon Komposisi $x_1$ 5% dan $x_3$ 95% untuk Setiap Harga <b>Q</b> dan <b>R</b> .....	54
Tabel V.4	Tabel Respon Komposisi $x_1$ 15% dan $x_3$ 85% untuk Setiap Harga <b>Q</b> dan <b>R</b> .....	62
Tabel V.5	Tabel Respon Komposisi $x_1$ 25% dan $x_3$ 75% untuk Setiap Harga <b>Q</b> dan <b>R</b> .....	71
Tabel V.6	Tabel Data Pengamatan <i>Tuning</i> PID untuk Pengontrol 1.....	78
Tabel V.7	Tabel Data Pengamatan <i>Tuning</i> PID untuk Pengontrol 2.....	83
Tabel V.8	Tabel Data Pengontrol PID untuk Setiap Komposisi .....	98
Tabel V.9	Tabel Analisa Data pada <i>Open Loop</i> .....	98
Tabel V.10	Tabel Perbandingan Energi dari LQR Terhadap PID.....	99

## DAFTAR GAMBAR

Gambar I.1	Kolom Distilasi Secara Sederhana.....	2
Gambar II.1	Kolom Distilasi Secara Sederhana.....	9
Gambar II.2	Kolom Distilasi dengan <i>N Tray</i> .....	10
Gambar II.3	Diagram Titik Didih pada Distilasi Biner.....	12
Gambar II.4	Kurva Keseimbangan Uap-Cair.....	12
Gambar II.5	Material dan Energi Keseimbangan dalam Kendali Kolom Distilasi.....	13
Gambar III.1	Diagram Blok Sistem Kontrol <i>Loop</i> Tertutup.....	18
Gambar III.2	Diagram Blok Sistem Kontrol <i>Loop</i> Terbuka.....	19
Gambar III.3	Diagram Blok Sistem Kontrol Optimal.....	24
Gambar III.4	Konfigurasi <i>Closed Loop System</i> .....	24
Gambar III.5	Diagram Blok Pengontrol Proporsional.....	27
Gambar III.6	Diagram Blok Pengontrol Integral.....	28
Gambar III.7	Diagram Blok Pengontrol <i>Derivative</i> .....	29
Gambar III.8	Diagram Blok Pengontrol PI.....	29
Gambar III.9	Hasil Kerja Pengontrol PI dengan <i>Input Step</i> .....	30
Gambar III.10	Diagram Blok Pengontrol PD.....	30
Gambar III.11	Hasil Kerja Pengontrol PD dengan <i>Input Ramp</i> .....	31
Gambar III.12	Diagram Blok Pengontrol PID.....	31
Gambar III.13	Hasil Kerja PID dengan <i>Input Ramp</i> .....	32
Gambar IV.1	Model Sistem Kontrol Dua <i>Input</i> dan Dua <i>Output</i> .....	42
Gambar IV.2	Model Sistem Kontrol Dua <i>Input</i> Dua <i>Output</i> dengan <i>Decoupler</i> .....	42
Gambar V.1.a	Respon Komposisi $x_1$ 5% .....	46
Gambar V.1.b	Respon Komposisi $x_3$ 95%.....	46

Gambar V.2.a	<i>Transient Time</i> $x_1$ 5% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	48
Gambar V.2.b	<i>Transient Time</i> $x_1$ 5% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	48
Gambar V.2.c	<i>Transient Time</i> $x_1$ 5% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	49
Gambar V.2.d	<i>Transient Time</i> $x_1$ 5% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	49
Gambar V.2.e	<i>Transient Time</i> $x_1$ 5% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	49
Gambar V.2.f	Respon <i>Open Loop System</i> untuk $x_1$ 5%.....	49
Gambar V.3.a	<i>Transient Time</i> $x_3$ 95% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	51
Gambar V.3.b	<i>Transient Time</i> $x_3$ 95% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	51
Gambar V.3.c	<i>Transient Time</i> $x_3$ 95% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	52
Gambar V.3.d	<i>Transient Time</i> $x_3$ 95% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	52
Gambar V.3.e	<i>Transient Time</i> $x_3$ 95% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	52
Gambar V.3.f	<i>Transient time</i> $x_3$ 95% pada sistem <i>open loop</i> .....	52
Gambar V.4.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk Komposisi $x_1$ 5%.....	53
Gambar V.4.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk Komposisi $x_3$ 95%.....	53
Gambar V.5.a	Respon Komposisi $x_1$ 15%.....	55
Gambar V.5.b	Respon Komposisi $x_3$ 85%.....	55
Gambar V.6.a	<i>Transient Time</i> $x_1$ 15% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	57



Gambar V.6.b	<i>Transient Time</i> $x_1$ 15% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	57
Gambar V.6.c	<i>Transient Time</i> $x_1$ 15% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	57
Gambar V.6.d	<i>Transient Time</i> $x_1$ 15% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	57
Gambar V.6.e	<i>Transient Time</i> $x_1$ 15% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	58
Gambar V.6.f	<i>Transient time</i> $x_1$ 15% pada sistem <i>open loop</i> .....	58
Gambar V.7.a	<i>Transient Time</i> $x_3$ 85% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	60
Gambar V.7.b	<i>Transient Time</i> $x_3$ 85% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	60
Gambar V.7.c	<i>Transient Time</i> $x_3$ 85% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	60
Gambar V.7.d	<i>Transient Time</i> $x_3$ 85% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	60
Gambar V.7.e	<i>Transient Time</i> $x_3$ 85% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	61
Gambar V.7.f	<i>Transient time</i> $x_3$ 85% pada sistem <i>open loop</i> .....	61
Gambar V.8.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk Komposisi $x_1$ 15%.....	62
Gambar V.8.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk Komposisi $x_3$ 85%.....	62
Gambar V.9.a	Respon Komposisi $x_1$ Sebesar 25%.....	64
Gambar V.9.b	Respon Komposisi $x_3$ Sebesar 75%.....	64
Gambar V.10.a	<i>Transient Time</i> $x_1$ 25% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	66
Gambar V.10.b	<i>Transient Time</i> $x_1$ 25% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	66

Gambar V.10.c	<i>Transient Time</i> $x_1$ 25% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	66
Gambar V.10.d	<i>Transient Time</i> $x_1$ 25% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	66
Gambar V.10.e	<i>Transient Time</i> $x_1$ 25% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	67
Gambar V.10.f	<i>Transient time</i> $x_1$ 25% pada sistem <i>open loop</i> .....	67
Gambar V.11.a	<i>Transient Time</i> $x_3$ 75% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 0\ 0; 0\ 0\ 0]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	69
Gambar V.11.b	<i>Transient Time</i> $x_3$ 75% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	69
Gambar V.11.c	<i>Transient Time</i> $x_3$ 75% untuk Harga $\mathbf{Q}=[10\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[1\ 0; 0\ 1]$ .....	69
Gambar V.11.d	<i>Transient Time</i> $x_3$ 75% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[10\ 0; 0\ 1]$ .....	69
Gambar V.11.e	<i>Transient Time</i> $x_3$ 75% untuk Harga $\mathbf{Q}=[1\ 0\ 0; 0\ 1\ 0; 0\ 0\ 1]$ , $\mathbf{R}=[0.1\ 0; 0\ 1]$ .....	70
Gambar V.11.f	<i>Transient time</i> $x_1$ 75% pada sistem <i>open loop</i> .....	70
Gambar V.12.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk Komposisi $x_1$ 25%.....	71
Gambar V.12.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk Komposisi $x_3$ 75%.....	71
Gambar V.13.a	Respon Komposisi $x_1$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 1.....	73
Gambar V.13.b	Respon Komposisi $x_3$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 1.....	73
Gambar V.14.a	Respon Transien $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 2, I = 1,$ $D = 0.1$ .....	75
Gambar V.14.b	Respon Transien $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 2, I = 0.5,$ $D = 0.1$ .....	75

Gambar V.14.c	Respon Transien $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 1.5, I = 0.5,$ $D = 0.1$ .....	75
Gambar V.14.d	Respon Transien $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 1.5, I = 0.5,$ $D = 0.2$ .....	75
Gambar V.15.a	Nilai <i>Overshoot</i> $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 2, I = 1,$ $D = 0.1$ .....	76
Gambar V.15.b	Nilai <i>Overshoot</i> $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 2, I = 0.5,$ $D = 0.1$ .....	76
Gambar V.15.c	Nilai <i>Overshoot</i> $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 1.5, I = 0.5,$ $D = 0.1$ .....	76
Gambar V.15.d	Nilai <i>Overshoot</i> $x_1$ untuk Harga Pengontrol 1 $P = 1.5, I = 0.5,$ $D = 0.2$ .....	76
Gambar V.16.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 1.....	77
Gambar V.16.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 1.....	77
Gambar V.17.a	Respon Komposisi $x_1$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 2.....	79
Gambar V.17.b	Respon Komposisi $x_3$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 2.....	79
Gambar V.18.a	Respon Transien $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 20, I = 220,$ $D = 60$ .....	80
Gambar V.18.b	Respon Transien $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 20, I = 200,$ $D = 50$ .....	80
Gambar V.18.c	Respon Transien $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 10, I = 40,$ $D = 50$ .....	81
Gambar V.18.d	Respon Transien $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 30, I = 200,$ $D = 30$ .....	81

Gambar V.19.a	Nilai <i>overshoot</i> $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 20, I = 220,$ $D = 60$ .....	81
Gambar V.19.b	Nilai <i>overshoot</i> $x_3$ untuk Harga Pengontrol 2 $P = 20, I = 200,$ $D = 50$ .....	81
Gambar V.20.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 2.....	82
Gambar V.20.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk Berbagai Harga Parameter PID pada Pengontrol 2.....	82
Gambar V.21.a	Respon Komposisi $x_1$ 5%.....	84
Gambar V.21.b	Respon Komposisi $x_3$ 95%.....	84
Gambar V.22.a	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_1$ 5%.....	85
Gambar V.22.b	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_1$ 5%.....	85
Gambar V.22.c	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_3$ 95%.....	85
Gambar V.22.d	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_3$ 95%.....	85
Gambar V.22.e	<i>Transien Time</i> untuk $x_1$ 5% pada <i>Open Loop</i> .....	86
Gambar V.22.f	<i>Transien Time</i> untuk $x_3$ 95% pada <i>Open Loop</i> .....	86
Gambar V.23.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk komposisi $x_1$ 5% pada PID.....	87
Gambar V.23.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk komposisi $x_3$ 95% pada PID.....	87
Gambar V.24.a	Respon Komposisi $x_1$ 15%.....	88
Gambar V.24.b	Respon Komposisi $x_3$ 85%.....	88
Gambar V.25.a	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_1$ 15%.....	89
Gambar V.25.b	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_1$ 15%.....	89
Gambar V.25.c	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_3$ 85%.....	89
Gambar V.25.d	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_3$ 85%.....	89
Gambar V.25.e	<i>Transien Time</i> untuk $x_1$ 15% pada <i>Open Loop</i> .....	90
Gambar V.25.f	<i>Transien Time</i> untuk $x_3$ 85% pada <i>Open Loop</i> .....	90
Gambar V.26.a	Respon Komposisi $x_3$ 85% pada Pengontrol 2 $P = 40, I = 240,$ $D = 30$ .....	91

Gambar V.26.b	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_3$ 85% pada Pengontrol 2 P = 40, I = 240, D =30.....	91
Gambar V.26.c	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_3$ 85% pada Pengontrol 2 P = 40, I = 240, D =30.....	91
Gambar V.27.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk komposisi $x_1$ 15% pada PID.....	92
Gambar V.27.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk komposisi $x_3$ 85% pada PID.....	92
Gambar V.28.a	Respon Komposisi $x_1$ 25%.....	93
Gambar V.28.b	Respon Komposisi $x_3$ 75%.....	93
Gambar V.29.a	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_1$ 25%.....	94
Gambar V.29.b	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_1$ 25%.....	94
Gambar V.29.c	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_3$ 75%.....	94
Gambar V.29.d	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_3$ 75%.....	94
Gambar V.29.e	<i>Transient Time</i> untuk $x_1$ 25% pada <i>Open Loop</i> .....	95
Gambar V.29.f	<i>Transient Time</i> untuk $x_3$ 75% pada <i>Open Loop</i> .....	95
Gambar V.30.a	Respon Komposisi $x_3$ 75% pada Pengontrol 2 P = 40, I = 200, D =30.....	96
Gambar V.30.b	<i>Transient Time</i> yang Dibutuhkan oleh $x_3$ 75% pada Pengontrol 2 P = 40, I = 200, D =30.....	96
Gambar V.30.c	<i>Maximum Overshoot</i> pada $x_3$ 75% pada Pengontrol 2 P = 40, I = 200, D =30.....	96
Gambar V.31.a	Respon Sinyal Kontrol $u_1$ untuk komposisi $x_1$ 25% pada PID.....	97
Gambar V.31.b	Respon Sinyal Kontrol $u_2$ untuk komposisi $x_3$ 75% pada PID.....	97